

HİPOTEZ TESTLERİ

Temel Kavramlar



Doç. Dr. Hasan BULUT

**Fen-Edebiyat Fakültesi
İstatistik Bölümü
SAMSUN-2021**

Kitleler hakkında bilgi edinmenin bir yolu **örneklemedir**. Uygun bir şekilde seçilen şans örnekleri yardımıyla kitlenin gösterdiği dağılışa ait **parametreler tahmin edilir**. Bir takım varsayımlara dayanarak örneklerden elde edilen bu tahminler yardımıyla belli bir **risk** karşılığında popülasyonlar veya bunların gösterdiği dağılışlar hakkında çeşitli kararlar verilir. Bu kararlar verilirken ya bir tahmin yapılır ya da konu ile ilgili belirli bir varsayımda bulunulur. **Gerçekleşsin veya gerçekleşmesin ileri sürülen bu tip varsayımlara HİPOTEZ denir.**



Kitle
N

Örneklem
n



İstatistiksel hipotezler kitle parametrelerine ilişkin olarak ileri sürülen ve geçerliliği olasılık kanunlarına göre araştırılabilen özel önermelerdir.

Örneğin belirli bir markayı taşıyan pillerin ortalama ömrünün 2.5 saat olduğunu ileri sürdüğümüzde bir hipotez önermiş oluruz.



Bir hipotez doğru ya da yanlıştır. Bunu araştırmak için kitleden rastgele seçilmiş belli bir örneklemdaki birimler incelenir ve bu örneklemden hareketle hipotezin geçerli olup olmadığı hakkında bir karara varılır. Örneklem istatistiklerinden yararlanarak bir hipotezin geçerli olup olmadığını ortaya koyma işlemine **istatistiksel hipotez testi** veya **hipotez testi** denir.



Sıfır ve Karşıt Hipotezler

Hipotez testinde bir hipotezle onun karşıtı diğer bir hipotezden hangisinin örneklemden elde edilen sonuç ile daha iyi bağdaştığı araştırılmaktadır. Karşılaştırılan iki hipotezden birine **sıfır hipotezi** (istatistiksel hipotez), diğerine ise **karşıt hipotez** (araştırma hipotezi) adı verilir. Hipotezlerin daima örneklem alınmadan önce kurulması gerekir.



İstatistiksel bir araştırmada iki tür hipotez kurulur. “Eşit, fark yoktur, önemli değildir” biçiminde kurulan hipoteze “**yokluk (null), boş ya da sıfır hipotezi**” denir ve H_0 ile gösterilir. H_0 hipotezine karşı test edilen hipoteze ise “**alternatif (alternative), seçenek ya da karşıt hipotez**” denir ve H_1 ile gösterilir.



H_0 ve H_1 hipotezleri genelde aşağıdaki gibi kurulur.

H_0 : Örneklemden elde edilen değer ile kitlenin bilinen değeri arasında bir fark yoktur.

H_1 : Örneklemden elde edilen değer ile kitlenin bilinen değeri arasında **önemli (anlamlı)** bir fark vardır.

Eskiden beri geçerli sayılmış önerme sıfır hipotezi, yeni görüş ise karşıt hipotezi olur.



Arkadaşınızla saat 14:00'te buluşmak için karar aldınız. Hipotezler aşağıdaki gibi kurulabilir.

H_0 : Buluşma saati 14:00'dır.

H_1 : Buluşma saati 14:00'dan farklıdır.

Senaryo 1: Arkadaşınız 14:02'de buluşmaya geldi. Kararınız nedir?

Senaryo 2: Arkadaşınız 15:02'de buluşmaya geldi. Kararınız nedir?



(accept) (no change in our status)
I Fail to Reject the Null Hypothesis.

Will you
marry me?



H_0 : Çantada elma yoktur

H_1 : Çantada elma vardır



$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : p > p_0 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : p < p_0 \quad \text{\u015feklinde kurulur}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \quad \text{\u015feklinde kurulur .}$$

Hipotez Testinde Hata Tipleri

		Test Sonucu	
		H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedildi
Gerçek durum	H_0 Doğru	Doğru karar $(1 - \alpha)$	1. Tip Hata (α)
	H_0 Yanlış	2. Tip Hata (β)	Doğru karar $(1 - \beta)$



H_0 : Kişilerin suçu yoktur

H_1 : Kişilerin suçu vardır

ABD'de 36'şar yıl boşuna hapis yatan 3 kişi tazminat alamayacak

26 Kasım 2019

f     Paylaş



H_0 : Kişinin (!) suçu yoktur

H_1 : Kişinin (!) suçu vardır

Gaziantep'te karısına sokak ortasından şiddet uygulayan koca serbest bırakıldı

Gaziantep'te, eşini sokak ortasında, kız çocuğunun gözleri önünde tekme tokat döven ardından gözaltına alınan koca adli kontrol şartıyla serbest bırakıldı.





H_0 : Mülayim Hasta değildir

H_1 : Mülayim Hastadır

Bkz: Korkusuz Korkak (1979)





Duraklat (k)

H_0 : Mülayim Hasta değildir

H_1 : Mülayim Hastadır

Bkz: Korkusuz Korkak (1979)





Sessiz (m)

ABONE
OL

Hipotez Testinin Adımları

Adım 1: Hipotezlerin Belirlenmesi

Adım 2: Anlam Düzeyinin Belirlenmesi

Adım 3: Red Bölgesinin Belirlenmesi

Adım 4: Kritik Değerin Belirlenmesi

Adım 5: Gerekli Test İstatistiğinin Belirlenmesi

Adım 6: İstatistiksel Kararın Verilmesi



Adım 1: Hipotezlerin Belirlenmesi

İstatistiksel hipotez testlerinin bir çoğu dağılımların parametrelerine ilişkin olarak yapılır. Burada amaç, parametreye ilişkin olarak ileri sürülen hipotez ile örneklemden elde edilen istatistik değerinin ne ölçüde uyuştuğunu belirlemektir. İstatistiksel hipotez testlerinde birincisi sıfır (yokluk) hipotezi ve ikincisi karşıt (alternatif) hipotez olmak üzere kurulması gereken iki tür hipotez bulunmaktadır.



Örneğin, bir sınıftaki öğrencilerin not ortalamasının 50 'den yüksek olduğu iddia edilsin. Bu durumda sıfır hipotezi; “Sınıftaki öğrencilerin not ortalaması 50 'ye eşittir.” veya

$$H_0: \mu = 50$$

biçiminde kurulur. Karşıt hipotez ise “Sınıftaki öğrencilerin not ortalaması 50'den yüksektir.”

veya

$$H_1: \mu > 50$$

biçiminde kurulur.



Her test için eşitlik üzerine kurulabilecek tek bir tane sıfır hipotezi bulunmasına karşılık olarak, eşit olmama, büyük olma ve küçük olma biçiminde kurulabilecek üç adet karşıt hipotez bulunmaktadır. Tek bir parametrenin belli bir değerden büyük (“>”) veya küçük (“<”) olduğu ya da iki ana kütleye ait parametrelerden birinin diğerinden büyük veya küçük olduğu şeklinde kurulan karşıt hipotez **tek yönlü** karşıt hipotez olarak adlandırılırken, tek bir parametrenin belli bir değerden farklı (“≠”) olduğu ya da iki ana kütleye ait parametrelerin birbirinden farklı olduğu şeklinde kurulan karşıt hipotez **çift yönlü** karşıt hipotez olarak adlandırılır.

$$H_1: \mu > 50$$

$$H_1: \mu < 50$$

$$H_1: \mu \neq 50$$



Adım 2: Anlamlılık Düzeyinin Belirlenmesi

Hipotez testlerinde ana kütle parametresinin, örneklem istatistiğinden edinilen bilgiye dayalı olarak test edildiği belirtilmişti. Örneklemde elde edilen istatistikler, örneklemde örneklem değişen değerler aldıkları için, rassal olarak seçilen bir örneklemde hesaplanan istatistik kullanılarak hipotez testi gerçekleştirildiğinde aşağıdaki dört durumdan birisi gerçekleşir:



		Test sonucu	
		H_0 kabul edildi	H_0 reddedildi
Gerçek Durum	H_0 doğru	Doğru karar ($1 - \alpha$)	1. tip hata (α)
	H_0 yanlış	2. tip hata (β)	Doğru karar ($1 - \beta$)



Hipotez testlerinde, 1. tip hata üzerinde daha çok durulur ve de 2. tip hataya nazaran, 1. tip hata işlemekten daha çok kaçınılır. Ayrıca, 1. ve 2. tip hatalar arasında ters orantı vardır. Yani bu hatalardan birini işleme olasılığı azalırken, diğerinin olasılığı artar.

1. tip hatayı işleme olasılığı tam olarak hesaplanabilirken, 2. tip hatayı işleme olasılığının tam değeri genellikle bilinmez.

1. tip hatayı işleme riskine razı olabileceğimiz maksimum olasılığa testin **anlam düzeyi** denilir ve α simgesi ile belirtilir. Hipotez testlerinde kesin kural olmamakla birlikte, en sık kullanılan anlam düzeyleri, $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.01$ ve $\alpha = 0.001$ değerleridir.



Ayrıca, $1 - \alpha$ 'ya **güven düzeyi** adı verilir ve hipotez testinin güvenilirlik düzeyini ifade eder. Dolayısıyla, anlam düzeyi $\alpha = 0,05$ ise, testin güven düzeyi $1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$ olacak, $\alpha = 0,01$ ise, $1 - \alpha = 0,99$ güven düzeyi olacak ve $\alpha = 0,001$ ise, güven düzeyi $1 - \alpha = 0,999$ olacaktır. İstatistiksel hipotez testleri, bir test istatistiği kullanılarak, H_0 hipotezinin doğru olduğu varsayımıyla belirlenen olasılık dağılımı için gerçekleştirilir. Ardından, testin anlam düzeyi seçilir. α 'nın seçimi 1. tip hatayı işleme riskini ne kadar kabul edebileceğimize bağlıdır.

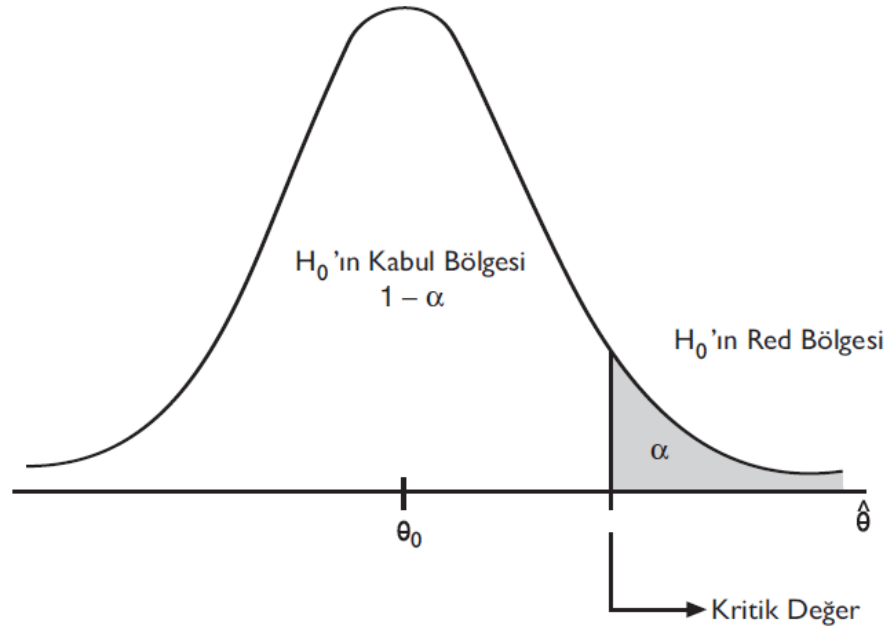
$1 - \beta$ 'ya ise **testin gücü** denilir.



Adım 3: Red Bölgesinin Belirlenmesi

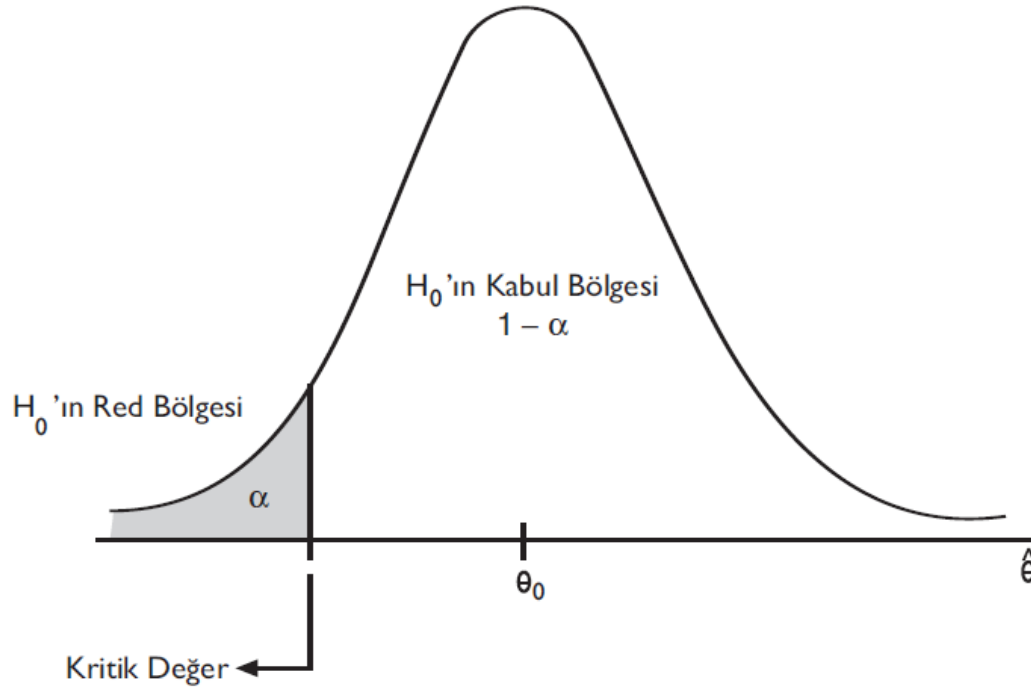
Red Bölgesi: Test istatistiğinin **örnekleme dağılımı** üzerinde bulunan, H_0 hipotezinin reddedildiği bölgeye red bölgesi adı verilir. Tek yönlü H_1 hipotezi kurulduğunda, red bölgesinin büyüklüğü α kadar, çift yönlü H_1 hipotezi kurulduğunda, red bölgesinin büyüklüğü her iki alt kuyrukta $\alpha / 2$ kadardır.



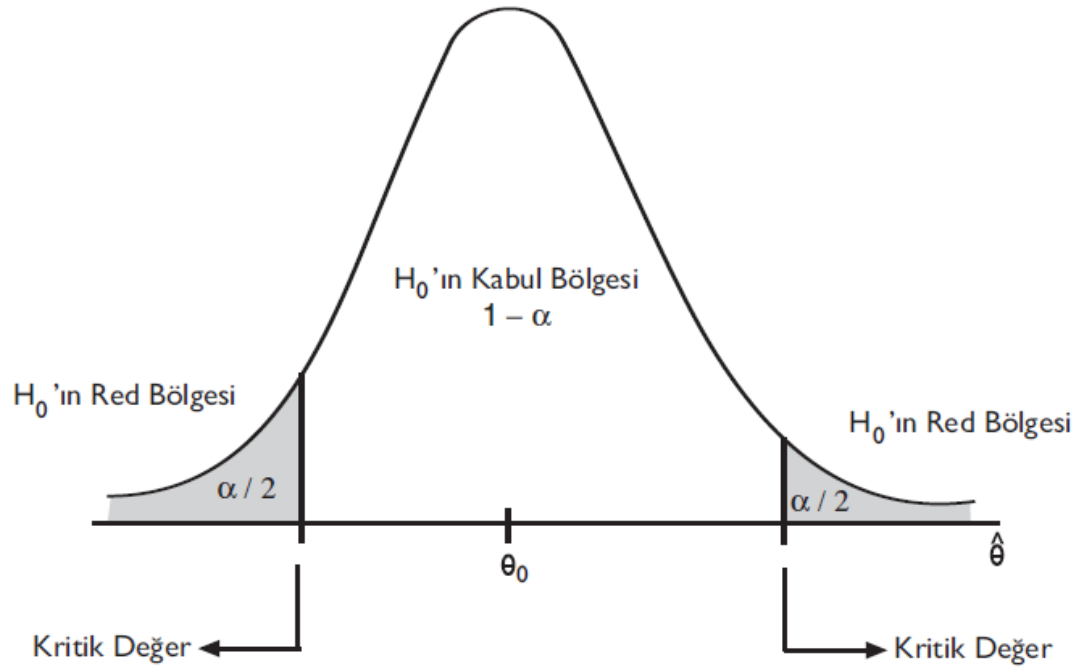


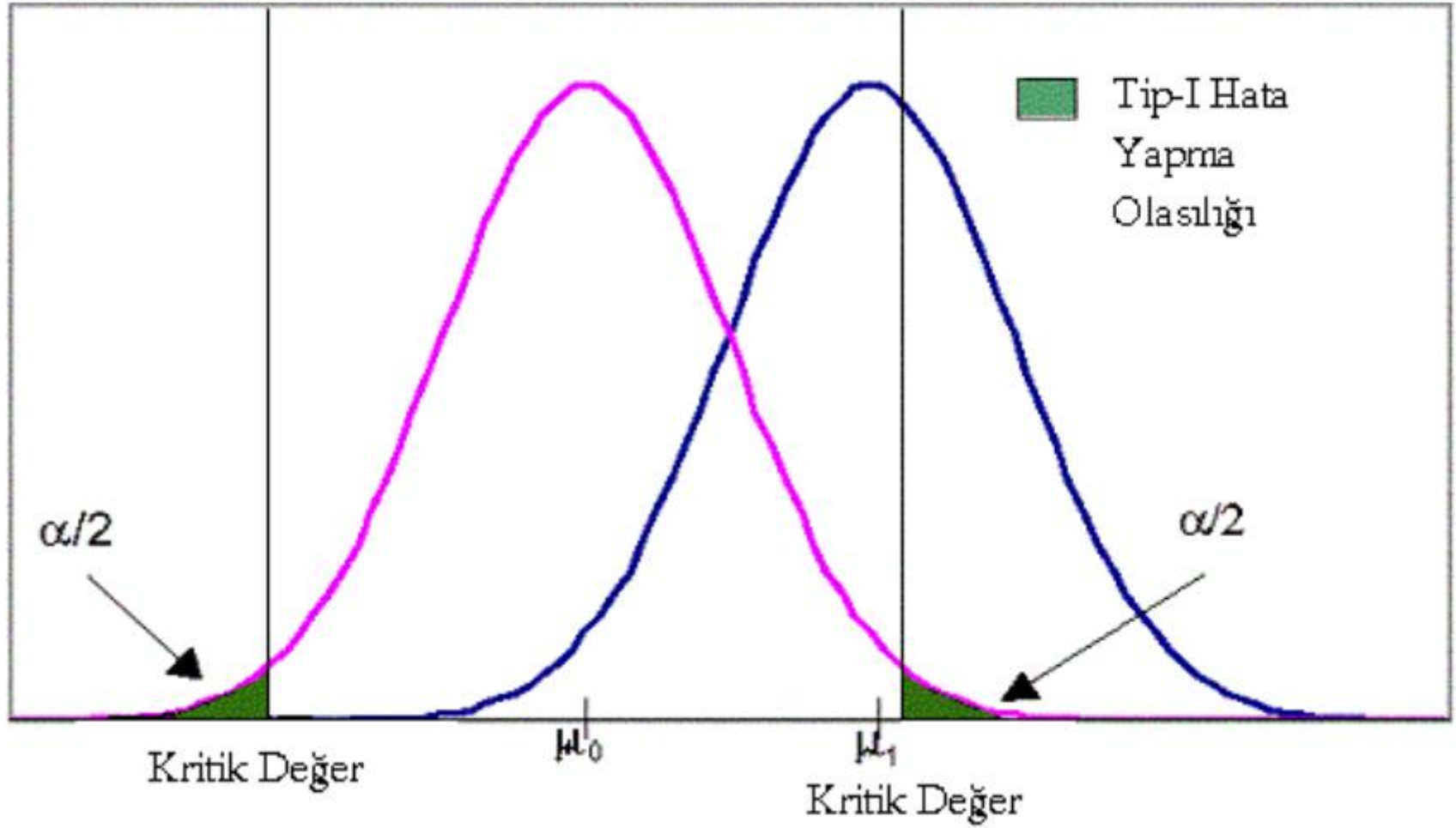
H_1 Hipotezi Tek
Yönlü ve $H_1: \theta > \theta_0$
Olarak
Kurulduğunda H_0
'in Red Bölgesi

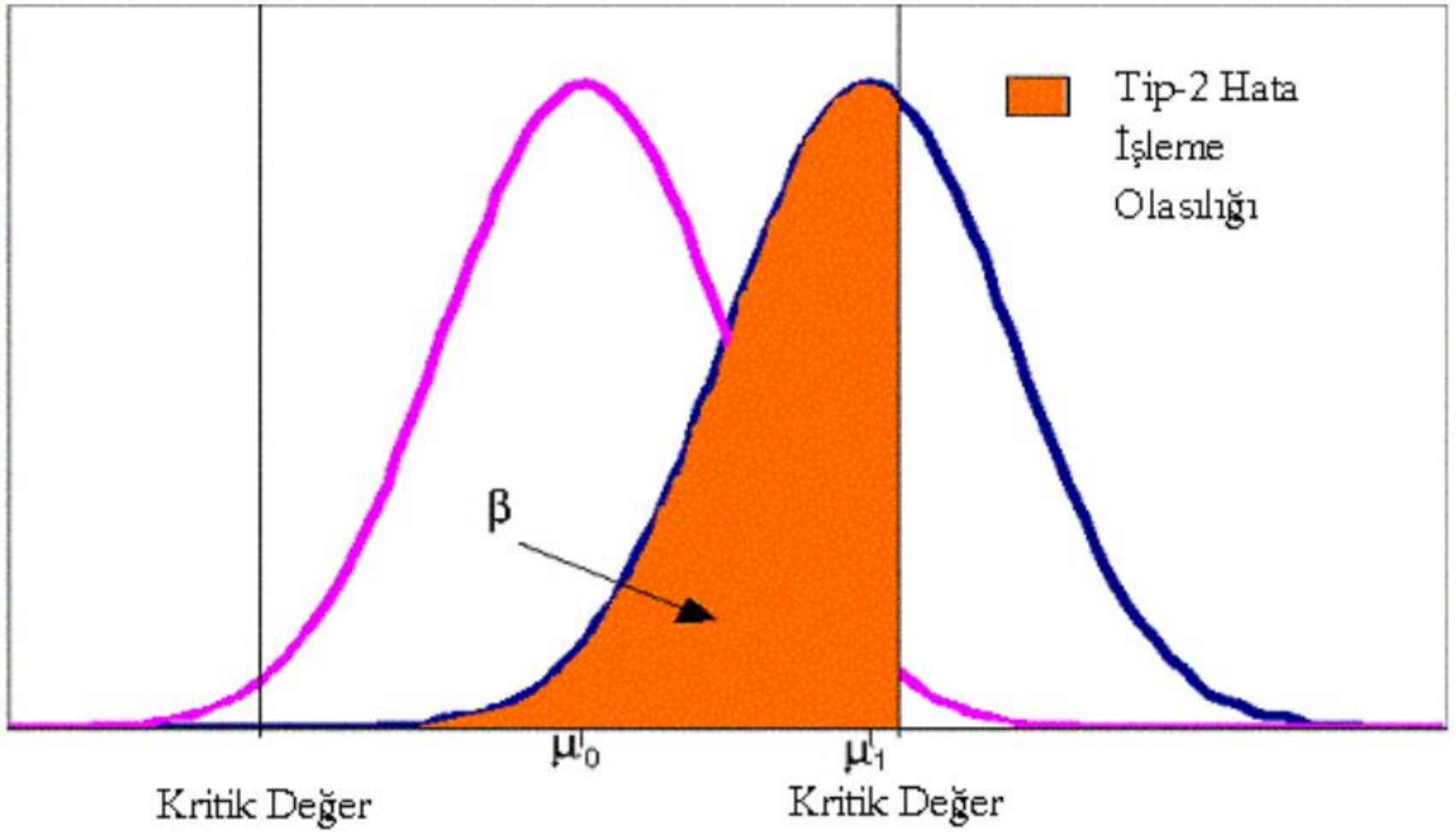
H_1 Hipotezi Tek
Yönlü ve $H_1: \theta < \theta_0$
Olarak
Kurulduğunda H_0
'in Red Bölgesi



H_1 Hipotezi Çift
Yönlü ($H_1: \theta \neq \theta_0$)
Olarak
Kurulduğunda H_0
'ın Red Bölgesi







Adım 4: Kritik Değerin Bulunması

Test edilecek istatistiğin örnekleme dağılımında, H_0 hipotezinin red bölgesinin belirlenmesinde kullanılan tablo değerlerine **kritik değer** adı verilir. Dağılım üzerindeki red bölgesi, kritik değer mutlak değerinden büyük olan değerlerin yer aldığı bölgedir ve bu bölgenin büyüklüğü, kritik değerden itibaren dağılım eğrisinin altında kalan alana eşittir.



Kritik değerin belirlenmesi için öncelikle kullanılacak test istatistiğinin belirlenmesi gerekir. **Test istatistiği**, örneklem verilerinden yararlanılarak hesaplanan ve H_0 hipotezinin kabul ya da reddedilmesi kararının verilmesinde kullanılan tahmin edicidir. Kritik değer bu test istatistiğinin dağılımı kullanılarak elde edilir.



Adım 5: Test istatistiğinin değerinin hesaplanması

Problemin özelliğine ve veri yapısına göre belirlenen test istatistiğinin değeri, örneklem bilgisi kullanılarak ve **H_0 hipotezi doğru kabul** edilerek hesaplanır. Böylece söz konusu test istatistiği H_0 hipotezi doğru olduğunda, örneklemden elde edilen bilgi ile parametre arasındaki uyumun bir ölçüsü olarak hesaplanır.



Test istatistiğinin hesap değeri hipotez testlerinde oldukça önemli bir kavram olan p-değerinin hesaplanmasında kullanılır. P değeri yapılan bir hipotez testinde gerçekleşen 1. tip hata miktarıdır ve bu değer, anlamlılık düzeyinden küçük olduğunda yokluk hipotezi red edilebilir. Aksi takdirde red kararı verilememektedir.



Adım 6: İstatistiksel Kararın Verilmesi

Adım 5’de test istatistiğinin hesap değeri elde edildikten sonra, Adım 4’te belirlenen kritik değer ile karşılaştırılarak istatistiksel karar verme süreci tamamlanır. Buna göre alternatif hipotezin durumuna göre Karar kuramları aşağıdaki gibi özetlenebilir.



Alternatif Hipotez	Aşağıdaki Durumda H_0 Red
$>$	<i>Test İstatistiğinin Değeri $>$ Kritik Değer</i>
$<$	<i>Test İstatistiğinin Değeri $<$ Kritik Değer</i>
$\neq$	<i>$Test İstatistiğinin Değeri > Kritik Değer$</i>



Örnek 1. İstatistik test mantıksal olarak bir ceza mahkemesinde yapılan işin aynını yapmaktadır. Tüm şüphelenmelere rağmen “Sanık suçu ispatlanana kadar masumdur” mantığı hâkimdir. Sanık hariç sanığın avukatı dâhil mahkemedeki herkesin zihninde sanığın suçlu olduğuna dair bir şüphe her zaman vardır (H_1). Mahkemenin her kararını %100 doğrulukla verdiğini hiç kimse söyleyemez, bir çok kez gerçek suçlunun beraat ettiğini (β) veya suçsuz birinin mahkum olabildiğini görmüşüzdür (α).



Mahkeme	Önem Testi
İddia: Her sanık suçlu bulunana kadar masumdur .	$H_0: \mu=0$, ilacın etkisi yoktur.
İddia: Sanık suçludur	$H_1: \mu \neq 0$, ilaç etkilidir.
Delil toplama	<i>Araştırma yapma (Örnek büyüklüğü)</i>
Toplanan delillerin değerlendirilmesi	Veri/İstatistik test
Yasalar, ilgili yasa maddeleri	İstatistik kurallar, varsayımlar (Normallik, varyans homojenliği vs)
Karar	Test sonucu
Yanlış karar: Masum bir sanığın mahkum olması	I. Tip hata (H_0 gerçekten doğru olduğu halde bunun reddi, yani ilaç gerçekten etkisiz olduğu halde delillere göre etkili bulmak)
Yanlış karar: Suçlunun mahkemece delil yetersizliğinden serbest bırakılması	II. Tip hata (H_0 gerçekten yanlış olduğu halde bunun kabulü, yani ilaç gerçekten etkili olduğu halde delillere bakarak etkisiz olarak bulmak)